

Εξίσωση ευθείας

- Γνωρίζουμε 2 σημεία της ευθείας $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ και η εξίσωση της ευθείας είναι η

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

ή

$$y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_2)$$

Εξίσωση ευθείας

- Γνωρίζουμε 1 σημείο της ευθείας $A(x_0, y_0)$ και τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$

η εξίσωση της ευθείας είναι η

$$y - y_0 = \varepsilon\varphi\omega (x - x_0)$$

ή

$$y - y_0 = \lambda (x - x_0)$$

Παράλληλες/κάθετες ευθείες

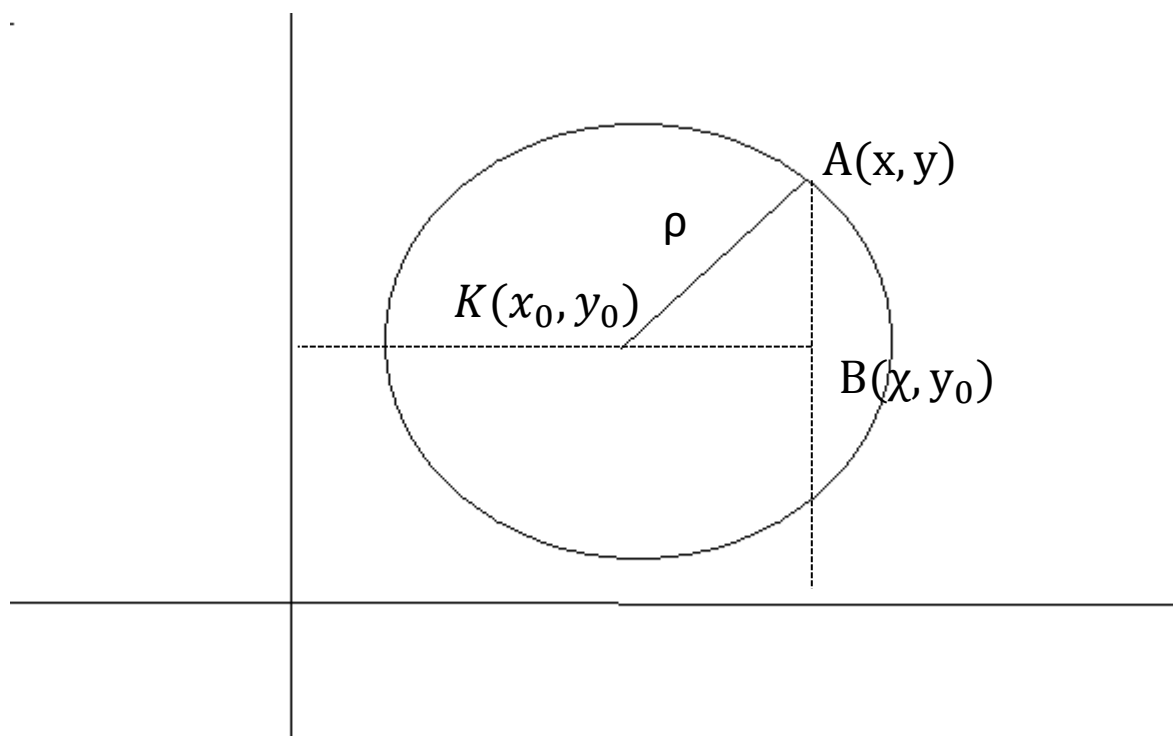
- Παράλληλες ευθείες έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης
- Το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσης 2 κάθετων ευθειών ισούται με -1
- Το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ έχει συντεταγμένες $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

Κύκλος : ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από ένα σταθερό σημείο

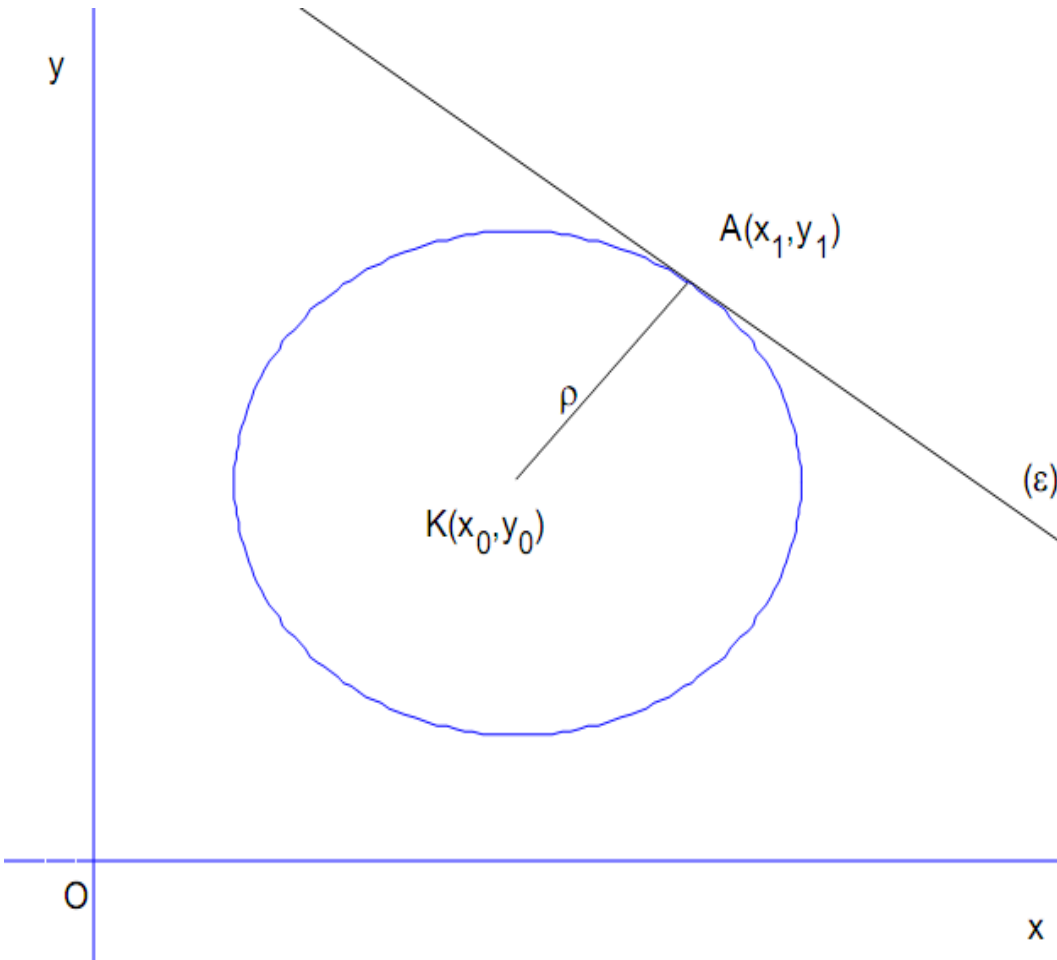
$$KB^2 = (x - x_0)^2 + (y_0 - y_0)^2 = (x - x_0)^2$$

$$AB^2 = (x - x)^2 + (y - y_0)^2 = (y - y_0)^2$$

$$AK^2 = AB^2 + KB^2 \leftrightarrow \rho^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$



Εξίσωση εφαπτομένης κύκλου



$$y - y_1 = \lambda_{\epsilon}(x - x_1)$$

$$\lambda_{AK} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Διάφορες μεθοδεύσεις για τον προσδιορισμό της εξίσωσης του κύκλου

- Αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες (x_0, y_0) του κέντρου και την ακτίνα ρ .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος περνά από ένα σημείο $A(x_1, y_1)$, τότε η ακτίνα του κύκλου είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AK .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος εφάπτεται μιας ευθείας (ε) , τότε η ακτίνα του κύκλου ισούται με την ελάχιστη απόσταση του K από την ευθεία (ε) .
- Αν γνωρίζουμε τρία σημεία του κύκλου τα αντικαθιστούμε στην εξίσωση και λύνουμε το σύστημα με τις τρεις εξισώσεις για να υπολογίσουμε τα A , B και Γ .

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με
κέντρο το $K(1,2)$ και ακτίνα 2

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

Το κέντρο είναι $K(x_0, y_0) = K(1,2)$

Η ακτίνα $\rho = 2$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2^2 = 4$$

Διάφορες μεθοδεύσεις για τον προσδιορισμό της εξίσωσης του κύκλου

- Αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες (x_0, y_0) του κέντρου και την ακτίνα ρ .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος περνά από ένα σημείο $A(x_1, y_1)$, τότε η ακτίνα του κύκλου είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AK .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος εφάπτεται μιας ευθείας (ε) , τότε η ακτίνα του κύκλου ισούται με την ελάχιστη απόσταση του K από την ευθεία (ε) .
- Αν γνωρίζουμε τρία σημεία του κύκλου τα αντικαθιστούμε στην εξίσωση και λύνουμε το σύστημα με τις τρεις εξισώσεις για να υπολογίσουμε τα A , B και Γ .

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με κέντρο $K(-1,2)$ που διέρχεται από το σημείο $A(2,-2)$

- Έχω το κέντρο, λείπει η ακτίνα

$$AK^2 = (2 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2$$

$$AK = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$

$$AK = \sqrt{25} = 5 = \rho$$

$$(x - (-1))^2 + (y - 2)^2 = 5^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

Διάφορες μεθοδεύσεις για τον προσδιορισμό της εξίσωσης του κύκλου

- Αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες (x_0, y_0) του κέντρου και την ακτίνα ρ .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος περνά από ένα σημείο $A(x_1, y_1)$, τότε η ακτίνα του κύκλου είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AK .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος εφάπτεται μιας ευθείας (ε) , τότε η ακτίνα του κύκλου ισούται με την ελάχιστη απόσταση του K από την ευθεία (ε) .
- Αν γνωρίζουμε τρία σημεία του κύκλου τα αντικαθιστούμε στην εξίσωση και λύνουμε το σύστημα με τις τρεις εξισώσεις για να υπολογίσουμε τα A , B και Γ .

Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος εφάπτεται μιας ευθείας (ε), τότε η ακτίνα του κύκλου ισούται με την ελάχιστη απόσταση του K από την ευθεία (ε).

- Βρίσκουμε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην εφαπτομένη, στη συνέχεια βρίσκουμε το κοινό σημείο αυτής της ακτίνας με την αφαπτομένη και η ακτίνα του κύκλου ισούται με την απόσταση αυτού του σημείου από το κέντρο του κύκλου
- Εναλλακτικά η ελάχιστη απόσταση σημείου $A_0(x_0, y_0)$ από ευθεία ε δίνεται από τον τύπο

$$d(\varepsilon, A_0) = \frac{|\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$$

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο $K(0,2)$ και εφάπτεται στην ευθεία $(\varepsilon)3x + 4y - 2 = 0$

$$\rho = \frac{|\alpha x_0 + \beta y_0 - 2|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$$
$$\rho = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 2 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{6}{5}$$

$$(x - 0)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

Διάφορες μεθοδεύσεις για τον προσδιορισμό της εξίσωσης του κύκλου

- Αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες (x_0, y_0) του κέντρου και την ακτίνα ρ .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος περνά από ένα σημείο $A(x_1, y_1)$, τότε η ακτίνα του κύκλου είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AK .
- Αν γνωρίζουμε το κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακόμα ότι ο κύκλος εφάπτεται μιας ευθείας (ε) , τότε η ακτίνα του κύκλου ισούται με την ελάχιστη απόσταση του K από την ευθεία (ε) .
- Αν γνωρίζουμε τρία σημεία του κύκλου τα αντικαθιστούμε στην εξίσωση και λύνουμε το σύστημα με τις τρεις εξισώσεις για να υπολογίσουμε τα A , B και Γ .

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που περνά από τα σημεία $M_1(2, -1)$, $M_2(-2, -3)$ και $M_3(-1, 4)$

- Έστω $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ η εξίσωση του κύκλου
- $$\left\{ \begin{array}{l} 2^2 + (-1)^2 + 2A - B + \Gamma = 0 \\ (-2)^2 + (-3)^2 - 2A - 3B + \Gamma = 0 \\ (-1)^2 + 4^2 - A + 4B + \Gamma = 0 \end{array} \right\}$$
- Το σύστημα έχει λύση $A = \frac{32}{13}$, $B = -\frac{12}{13}$ και $\Gamma = -\frac{141}{13}$ και η εξίσωση του κύκλου είναι
- $x^2 + y^2 + \frac{32}{13}x - \frac{12}{13}y - \frac{141}{13} = 0$